

## Вариант №1

### Задача №1

Поскольку вес гири на Земле и камня на Луне одинаков, то

$$m g = m_k g_{\text{л}}, \quad (1)$$

где  $m_k$  – масса камня;  $g, g_{\text{л}}$  – ускорения силы тяжести на Земле и на Луне соответственно.

Рассмотрим движение гири и камня, подвешенных на нити, перекинутой через блок (см. рисунок).

Запишем уравнения движения гири и камня в виде

$$m a = T - m g_{\text{л}}; \quad m_k a = m_k g_{\text{л}} - T, \quad (2)$$

где учтено, что нить нерастяжима (ускорения тел  $a_1 = a_2 = a$ ), а блок невесом (силы натяжения нити  $T_1 = T_2 = T$ ).

Из уравнений (2) с учетом (1) получим:

$$a = g_{\text{л}} \frac{m_k - m}{m + m_k}; \quad g = \frac{m}{m_k} g_{\text{л}} \frac{m + m_k}{m_k - m}; \quad m m_k a = m_k^2 a - m m_k g = m^2 g;$$

$$a m_k^2 = m (g - a) m_k - m^2 g = 0; \quad m_k = \frac{m (g - a) \sqrt{m^2 (g - a)^2 + 4 m^2 g a}}{2 a}.$$

Поскольку

$$m_k = \frac{m [(g - a) \sqrt{(g - a)^2 + 4 g a}]}{2 a} = 1,4 \text{ кг}; \quad m_k = \frac{m [(g - a) \sqrt{(g - a)^2 + 4 g a}]}{2 a} = 5,75 \text{ кг},$$

а ускорение силы тяжести на Луне в несколько раз меньше, чем на Земле, то масса камня  $m_k = 5,75 \text{ кг}$ .

Ответ:  $m_k = \frac{m [(g - a) \sqrt{(g - a)^2 + 4 g a}]}{2 a} = 5,75 \text{ кг}.$

### Задача №2

Поскольку шарики расположены в порядке убывания их масс, то после соударения любой из налетающих шариков продолжит движение в первоначальном направлении.

Если масса первого самого тяжелого шарика равна  $m$ , то масса второго –  $(1 - \epsilon) m$ , третьего –  $(1 - \epsilon)^2 m$  и т.д.

Записав законы сохранения импульса и энергии при столкновении первого и второго шариков

$$m u_1 + m u_2 = (1 - \epsilon) m v_2; \quad \frac{m u_1^2}{2} + \frac{m u_2^2}{2} = \frac{(1 - \epsilon) m v_2^2}{2}$$

(где  $u$  – скорость первого шарика после соударения), найдем скорость  $v_2$  второго шарика после соударения:

$$u_1 = (1 - \epsilon) v_2; \quad u_2 = \frac{1}{2} [(1 - \epsilon) v_2]^2 + \frac{1}{2} v_2^2; \quad v_2 = \frac{2}{2 - (1 - \epsilon)^2} u_1.$$

Очевидно, скорости третьего, четвертого и т.д. (включая 2010-й) шариков после столкновений равны, соответственно

$$v_3 = \frac{2}{2 - (1 - \epsilon)^2} v_2; \quad v_4 = \frac{2}{2 - (1 - \epsilon)^2} v_3; \quad \dots; \quad v_{2010} = \frac{2}{2 - (1 - \epsilon)^2} v_1.$$

Следовательно, промежуток времени между столкновением  $i$ -го и  $(i - 1)$ -го шариков

$$t_{i, i-1} = \frac{l}{v_i} - \frac{l}{v_{i-1}} = \frac{2}{2 - (1 - \epsilon)^2} \frac{l}{v_{i-1}} - \frac{l}{v_{i-1}} = \frac{l}{v_{i-1}} \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2},$$

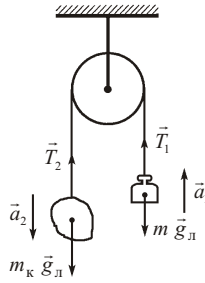
где  $i = 1, 2, 3, \dots, 2010$ .

Время, через которое начнет двигаться самый легкий шарик:

$$t = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2} + \frac{l}{v_3} + \dots + \frac{l}{v_{2010}} = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_1} \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} + \frac{l}{v_1} \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} + \dots + \frac{l}{v_1} \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2};$$

$$t = \frac{l}{v_1} \left[ 1 + \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} + \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} + \dots + \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} \right] = 200 \text{ с}.$$

Ответ:  $t = \frac{2l}{v_1} \left[ 1 + \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{2 - (1 - \epsilon)^2} \right] = 200 \text{ с}.$



### Задача №3

После освобождения поршня он начнет двигаться в сторону той части сосуда, где давление газа меньше, и в положении равновесия поршня давления по обе стороны от него станут одинаковыми.

Так как температуры газов не менялись, то, записав закон Бойля – Мариотта для газа в одной и другой частях сосуда,

$$P_1 V = P_2 (V - h S); \quad n P_1 V = P_2 (V - h S)$$

(где  $V = \frac{1}{2} l S$  – половина объема цилиндра;  $P_1, n P_1$  – начальное давление газа в частях сосуда;  $P_2$  – конечное давление в обеих частях сосуда;  $h$  – расстояние, на которое передвинется поршень), получим:

$$n P_2 (\frac{1}{2} l S - h S) = P_2 (\frac{1}{2} l S - h S); \quad n (\frac{1}{2} l - h) (\frac{1}{2} l - h) = (\frac{1}{2} l - h) (\frac{1}{2} l - h); \quad h = l \frac{\frac{n-1}{2}}{2(n-1)} = 10 \text{ см}.$$

Ответ:  $x = l \frac{\frac{n-1}{2}}{2(n-1)} = 10 \text{ см}.$

### Задача №4

При сгорании топлива массой  $m$  выделится количество теплоты

$$Q = q m,$$

часть которой

$$Q' = \eta Q$$

будет затрачена на работу двигателя мощностью  $N$  в течение времени  $t$

$$A = N t.$$

Следовательно,

$$Q' = A; \quad q m = N t; \quad m = \frac{N t}{q} = 2000 \text{ кг}.$$

Ответ:  $m = \frac{N t}{q} = 2000 \text{ кг}.$

### Задача №5

Поскольку конденсатор заряжен и отключен от источника, то заряд на его обкладках меняться не будет, т.е.

$$q = C U; \quad q = C' U',$$

где  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$  – начальная емкость конденсатора ( $S$  – площадь обкладки;  $d$  – расстояние между обкладками);  $C', U'$  – конечная емкость конденсатора и установившееся напряжение между его обкладками.

После частичного погружения конденсатора в керосин, его можно рассматривать как два конденсатора, соединенных параллельно:

$$C' = C_1 + C_2,$$

где  $C_1 = \epsilon_0 \frac{2}{3} \frac{S}{d}$  – емкость конденсатора с воздушным зазором;  $C_2 = \epsilon_0 \frac{1}{3} \frac{S}{d}$  – емкость конденсатора с зазором, заполненным керосином.

Следовательно,

$$C' = \epsilon_0 \frac{2}{3} \frac{S}{d} + \epsilon_0 \frac{1}{3} \frac{S}{d} = \frac{2}{3} C + \frac{1}{3} C = \frac{1}{2} C (2 + 1);$$

$$C U = C' U'; \quad C U = \frac{1}{2} C (2 + 1) U'; \quad U' = \frac{3U}{2} = 75 \text{ В}.$$

Ответ:  $U' = \frac{3U}{2} = 75 \text{ В}.$

### Задача №6

Записав формулу тонкой собирающей линзы для случая действительного изображения предмета в виде

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

(где  $f$  – расстояние от линзы до изображения Солнца) и формулу увеличения линзы

$$k = \frac{f}{d},$$

получим:

$$f = \frac{d F}{F}; \quad k = \frac{F}{d} = 10^{11}.$$

Ответ:  $k = \frac{F}{d} = 10^{11}.$

## Вариант №2

### Задача №1

В состоянии невесомости пустое сиденье и сиденье с космонавтом вернуться в состояние, когда пружина недеформирована.

От момента освобождения сжатой пружины до момента, когда пружина вернется в недеформированное состояние, движение можно рассматривать как колебание пружинного маятника, который начинает движение из крайней точки. При этом время движения до положения равновесия будет равно четверти периода колебаний такого «маятника»:

$$t_0 = \frac{1}{4} T_0 = \frac{1}{2} \sqrt{m_0/k}; \quad t = \frac{1}{4} T = \frac{1}{2} \sqrt{(M + m_0)/k}$$

где  $M$  – масса космонавта;  $k$  – коэффициент жесткости пружины.

Следовательно,

$$\frac{t_0}{t} = \sqrt{\frac{m_0}{M + m_0}}; \quad M = m_0 \left[ \left( \frac{t}{t_0} \right)^2 - 1 \right] = 80 \text{ кг.}$$

**Ответ:**  $M = m_0 \left[ \left( \frac{t}{t_0} \right)^2 - 1 \right] = 80 \text{ кг.}$

### Задача №2

При движении брусков от одного момента столкновения до следующего сила  $F$  на пути  $l$  будет совершать одинаковую работу

$$A = F l.$$

Записав теорему об изменении механической энергии на участке от момента начала движения первого бруска до момента столкновения первого и второго брусков в виде

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = 0 + F l,$$

найдем скорость, которую приобретет первый брусок к моменту столкновения со вторым:

$$v_1 = \sqrt{2 F l / m_1}.$$

Поскольку между брусками происходят абсолютно неупругие соударения, то на основании закона сохранения импульса, записанного в проекции на направление движения тел,

$$m_1 v_1 = 2 m_2 v_2$$

найдем общую скорость двух брусков после первого столкновения:

$$v_2 = \frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2 F l / m_1} = \sqrt{\frac{1}{2} F l / m_1}.$$

Записав теорему об изменении механической энергии на участке от момента первого столкновения до момента столкновения двух брусков с третьим бруском в виде

$$\frac{2 m_2 v_2^2}{2} = \frac{2 m_3 v_3^2}{2} + F l,$$

найдем скорость, которую приобретут два первых бруска к моменту столкновения с третьим:

$$v_2 = \sqrt{F l / m_2} = \frac{2}{3} \sqrt{F l / m_1} = \frac{1}{3} \sqrt{2 F l / m_1}, \quad v_3 = \sqrt{\frac{1}{2} F l / m_1},$$

а на основании закона сохранения импульса

$$2 m_2 v_2 + 3 m_3 v_3$$

найдем скорость трех брусков после столкновения:

$$v_3 = \frac{2}{3} v_2 = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} F l / m_1} = \sqrt{\frac{2}{9} F l / m_1}.$$

Аналогично, скорость  $v_3$  трех брусков в промежутке между вторым и третьим столкновениями

$$\frac{3 m_3 v_3^2}{2} = \frac{3 m_4 v_4^2}{2} + F l; \quad v_3 = \sqrt{\frac{2}{3} F l / m_1} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} F l / m_1} = \frac{1}{3} \sqrt{2 F l / m_1},$$

а скорость  $v_4$  четырех брусков после третьего столкновения

$$v_4 = \frac{3 m_3 v_3 + 4 m_4 v_4}{4}; \quad v_4 = \frac{3}{4} v_3 = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{2}{3} F l / m_1} = \sqrt{\frac{3}{16} F l / m_1}.$$

Очевидно, после 2010-го столкновения скорость всех брусков будет равна

$$v = \sqrt{\frac{2010 F l}{2011 m}} = 1 \text{ м/с.}$$

**Ответ:**  $\sqrt{\frac{2010 F l}{2011 m}} = 1 \text{ м/с.}$

### Задача №3

После соединения второго и третьего сосудов газ массой  $m_2$ , первоначально содержавшийся в третьем сосуде, расширится и заполнит второй и третий сосуды. Поскольку объемы сосудов одинаковы, то после установления равновесного состояния в каждом из сосудов окажется половина количества газа.

После того, как второй сосуд отсоединили от третьего и соединили с первым, газы, содержавшиеся в сосудах, займут общий объем  $2V$  и после установления равновесного состояния будут находиться при давлении  $P$ .

Записав уравнение Менделеева – Клапейрона для газа массой  $m_1$  до соединения первого и второго сосудов и для газа массой  $(m_1 + \frac{1}{2} m_2)$  после соединения сосудов

$$P_1 V = \frac{m_1}{M} R T; \quad P 2V = \frac{m_1 + \frac{1}{2} m_2}{M} R T,$$

найдем первоначальное давление в первом сосуде:

$$\frac{P_1}{2P} = \frac{m_1}{m_1 + \frac{1}{2} m_2}; \quad P_1 = P \frac{2 m_1}{m_1 + \frac{1}{2} m_2} = P \frac{4 m_1}{2 m_1 + m_2} = 16 \text{ кПа.}$$

**Ответ:**  $P_1 = P \frac{4 m_1}{2 m_1 + m_2} = 16 \text{ кПа.}$

### Задача №4

За время  $t_1$  вода в первом стакане получила количество теплоты

$$Q_1 = N t_1$$

(где  $N$  – количество теплоты, поступающей за единицу времени от окружающей среды), которое ушло на нагревание воды на  $t$  градусов:

$$N t_1 = c m_1 t. \quad (1)$$

За время  $t_2$  лед и вода во втором стакане получили количество теплоты

$$Q_2 = N t_2,$$

которое ушло на плавление льда и на нагревание всей воды на  $t$  градусов:

$$N t_2 = m_{\text{л}} c (m_2 + m_{\text{л}}) t. \quad (2)$$

Из (1) (2) находим:

$$N = \frac{c m_1}{t_1}; \quad t_2 = \frac{m_{\text{л}} c (m_2 + m_{\text{л}}) t}{N} = \frac{m_{\text{л}} c (m_2 + m_{\text{л}}) t}{c m_1} = 10 \text{ мин.}$$

**Ответ:**  $t_2 = \frac{m_{\text{л}} c (m_2 + m_{\text{л}}) t}{c m_1} = 10 \text{ мин.}$

### Задача №5

Поскольку в центре петли, образованной проводом, магнитное поле создают прямой провод и кольцо, то индукция результирующего поля

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0,$$

где  $\vec{B}'$ ,  $\vec{B}_0$  – индукция магнитного поля прямого провода и кольца соответственно.

Так как поле прямого провода направлено на нас (см. рисунок), а поле кольца от нас, то

$$B = B_0 - B'.$$

Если провод выпрямить, то магнитное поле в той же точке будет создавать только прямой провод. При этом индукция поля будет равна

$$B' = B_0 - B = 9 \cdot 10^{-7} \text{ Тл.}$$

**Ответ:**  $B' = B_0 - B = 9 \cdot 10^{-7} \text{ Тл.}$

### Задача №6

Записав формулу тонкой собирающей линзы для случая действительного изображения предмета в виде

$$1/d + 1/f = 1/F$$

(где  $d$  – расстояние от спутника до Земли;  $f$  – расстояние от объектива фотоаппарата до изображения фонарей) и формулу увеличения линзы

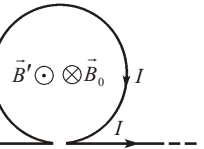
$$k = h/L = f/d$$

(где  $L$  – минимальное расстояние между фонарями), получим:

$$f = \frac{d F}{L}; \quad L = h \frac{d F}{f} = h \frac{h F}{F} = 50 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $L = h \frac{h F}{F} = 50 \text{ м.}$

Председатель центральной методической комиссии по физике

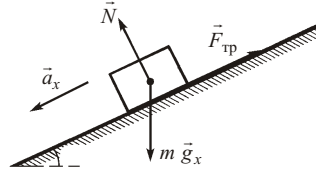


*B. Demidov*

## Вариант №3

### Задача №1

Рассмотрим движение бруска массой  $m$  с доски, установленной на неизвестной планете под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рисунок).



Запишем уравнение движения бруска в виде

$$m a_x - m g_x \sin \alpha = F_{\text{тр}}; \quad (1)$$

$$0 = N - m g_x \cos \alpha, \quad (2)$$

где  $a_x$  – ускорение бруска;  $g_x$  – ускорение силы тяжести на данной планете.

Учитывая связь силы трения и силы нормальной реакции опоры  $F_{\text{тр}} = \mu N$ , из системы уравнений

(1) (2) получим:

$$N = m g_x \cos \alpha; \quad m a_x - m g_x \sin \alpha = \mu m g_x \cos \alpha; \quad a_x = g_x (\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

Следовательно, за время  $t_2$  брусок пройдет по доске путь

$$S = \frac{a_x t_2^2}{2} = \frac{g_x (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) t_2^2}{2}. \quad (3)$$

Аналогично, при соскальзывании с доски, установленной под углом  $\alpha$  к горизонту на Земле,

$$S = \frac{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) t_1^2}{2}, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести на Земле.

Из системы уравнений (3) (4) находим:

$$\frac{g_x (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) t_2^2}{2} = \frac{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) t_1^2}{2}; \quad g_x = g \left( \frac{t_1}{t_2} \right)^2 = 15,3 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $g_x = g \left( \frac{t_1}{t_2} \right)^2 = 15,3 \text{ м/с}^2$ .

### Задача №2

На основании закона сохранения импульса

$$(M + m) v_1 = M v_2 + m v_3,$$

где  $m$  – масса последней ступени ракеты-носителя;  $v_1, v_2, v_3$  – скорости космического корабля и последней ступени после ее отделения, причем  $v_1 = 1,01 v_2$ ,  $v_3 = 0,97 v_2$ .

Поскольку импульсы системы до и после разделения тел направлены в одну сторону (см. рисунок), то

$$(M + m) v_1 = M v_2 + m v_3,$$

или

$$(M + m) v_1 = M v_2 + m v_3.$$

Отсюда находим

$$m = \frac{1}{3} M \text{ т.}$$

Ответ:  $m = \frac{1}{3} M \text{ т.}$

### Задача №3

Чтобы исследовательский зонд мог плавать в атмосфере Венеры, его плотность

$$\rho = \frac{m}{V}$$

должна быть равна плотности атмосферы планеты, которую можно найти, записав уравнение Менделеева – Клапейрона в виде

$$P = \rho R T.$$

Следовательно,

$$\frac{m}{V} = \frac{P}{R T}; \quad V = \frac{m R T}{P} = 14,6 \text{ м}^3.$$

Ответ:  $V = \frac{m R T}{P} = 14,6 \text{ м}^3$ .

### Задача №4

В начальном состоянии газ в сосуде находился при давлении

$$P_1 = \frac{2 m g}{S} \quad (1)$$

(где  $2m$  – масса поршня и гири;  $S$  – площадь поперечного сечения сосуда), а после того, как гирю сняли,

$$P_2 = \frac{m g}{S}. \quad (2)$$

Если первоначально поршень был расположен на высоте  $h_1$  от дна цилиндра и занимал объем  $V_1 = h_1 S$ , то после снятия гири газ расширится до объема  $V_2 = h_2 S$ , и поршень будет расположен на высоте  $h_2$  от дна цилиндра.

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для газа в начальном и конечном состояниях:

$$P_1 V_1 = R T_1; \quad P_2 V_2 = R T_2$$

(где  $T_2$  – конечная температура газа), или с учетом выражений (1) (2)

$$2 m g h_1 = R T_1; \quad m g h_2 = R T_2. \quad (3)$$

На основании закона сохранения энергии:

$$\frac{1}{2} R T_1 = m g h_1 = \frac{1}{2} R T_2 + m g h_2,$$

или с учетом уравнений (3)

$$\frac{1}{2} R T_1 = \frac{1}{2} R T_2 + \frac{1}{2} R T_2 + R T_2.$$

Отсюда находим

$$T_2 = \frac{1}{5} T_1 = 320 \text{ К.}$$

Ответ:  $T_2 = \frac{1}{5} T_1 = 320 \text{ К.}$

### Задача №5

Чтобы сложить две заряженные пластины, надо совершить работу  $A_2 = A$  по преодолению силы отталкивания пластин. Чтобы сложить с ними третью пластину, надо совершить работу  $2A$  по преодолению силы отталкивания двух пластин. При этом работа, совершаемая при складывании трех пластин,  $A_3 = A_2 + 2A = 3A$ . Чтобы сложить с тремя пластинами четвертую, надо совершить работу  $3A$  по преодолению силы отталкивания уже трех пластин. При этом работа, совершаемая при складывании четырех пластин,  $A_4 = A_3 + 3A = 6A$ . И т.д.

Следовательно, чтобы сложить  $n$  пластин надо совершить работу

$$A_n = A_{n-1} + (n-1)A = A_{n-2} + (n-2)A + (n-1)A = A_{n-3} + (n-3)A + (n-2)A + (n-1)A,$$

т.е.

$$A_n = A + 2A + 3A + 4A + \dots + (n-3)A + (n-2)A + (n-1)A + A \frac{n(n-1)}{2}.$$

При  $n = 2011$

$$A_{2011} = 2021055 A = 2 \text{ Дж.}$$

Ответ:  $A_{2011} = 2021055 A = 2 \text{ Дж.}$

### Задача №6

Чтобы лучи, идущие от источников, отражались от поверхности конуса не более одного раза, мнимые изображения источников должны быть расположены на поверхности точно такого же конуса, но расположенного зеркально относительно исходного (см. рисунок). Очевидно, что минимальный угол раствора конуса

$$120^\circ.$$

Ответ:  $120^\circ$

